مجلة الشرق للعلوم الإنسانية
المجلد: ١ العدد: ٦
الناشر: الشرق للنشر والتكنولوجيا

East Journal of Human Science
ISSN: 3079-9384 DOI: https://doi.org/10.63496/ejhs.Vol1.Iss6.196

مدى تطبيق معيار التمثيل الرياضي لدى معلمي الرياضيات في الصفوف (٩-١٢) في سلطنة عمان

المهدي حمد الكندي[١]* ، خالد مسعود السيفي[١]

[١]قسم المناهج والتدريس، كلية التربية، جامعة السلطان قابوس، سلطنة عُمان

s111947@student.squ.edu.om *

The Extent of Implementing the Mathematical Representation Standard Among Mathematics Teachers in Grades 9–12 in the Sultanate of Oman

Al-Mahdi Hamad Al-Kendi[1], Khalid Masoud Al-Saifi[2]

[1]Department of Curriculum and Instruction, College of Education, Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman.

Received: 26/08/2025; Revised: 20/09/2025; Accepted: 23/11/2025; Published: 23/12/2026

الملخص:

هدفت هذه الدراسة إلى قياس مستوى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي من معايير العمليات حسب وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM، كما استخدمت الدراسة المنهج الوصفي المسحي، وقد تكونت عينة الدراسة من ١٦ معلم من معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) في المدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم من محافظتي الداخلية وشمال الشرقية، كما استخدم الباحثان الاستبانة كأداة للدراسة، حيث تم إعدادها من قبل الباحثين، وقد تكونت الاستبانة من ١٣ مفردة موزعة على ٣ محاور عن مهارات التمثيل الرياضي، حيث تم استخدام المؤشرات التمثيل الرياضي في وثيقة NCTM كمحاور للاستبانة، وقد تم تحقق من صدق الأداة من خلال عرضها على مجموعة من المحكمين ذوي الاختصاص، وتحقق من ثبات الأداة من خلال حساب معامل ألفا كرونباخ، وقد أظهرت نتائج التحليلات الإحصائية التي تم جمعها من العينة أن درجة تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي كان بصورة مرتفعاً للاستبانة بشكل عام، كما أظهرت نتائج أن درجة تطبيق لمحوري إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية واختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية كانت مرتفعة، بينما أظهرت النتائج في درجة تطبيق لمحور استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية كانت متوسطة، وقد خلصت الدراسة إلى تقديم عدة توصيات، وذلك في ضوء النتائج التي حصلت عليها الدراسة، حيث توصي إلى تعريف المعلمين بمبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية وأهميتها، وعقد ورش لتعريفهم بها وإكسابهم مهاراتها، وتوجيه القائمين على إعداد المناهج بإظهار أهمية التمثيل الرياضي في الدروس وتقديم تمارين مختلفة معتمدة على التمثيل الرياضي، كما توصي إلى إعداد دليل إرشادي لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة يتضمن توصيفاً كاملاً لمعيار التمثيلات الرياضية وطريقة تطبيقها وتوظيفها بالصورة المناسبة.

الكلمات المفتاحية: *التمثيل الرياضي، معلمي الرياضيات، NCTM، معلمي الصفوف (٩-١٢)، سلطنة عمان.*

Abstract

This study aimed to measure the extent to which mathematics teachers in grades 9–12 implement the representation standard of the process standards as outlined by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). The study employed a descriptive survey methodology, with a sample consisting of 16 mathematics teachers from grades 9–12 working in public schools under the Ministry of Education in the Al-Dakhiliyah and North Al-Sharqiyah governorates. A researcher-designed questionnaire was used as the primary instrument, consisting of 13 items distributed across three dimensions of mathematical representation skills. These dimensions were derived from the representation indicators stated in the NCTM standards. The instrument's validity was ensured through expert review, while its reliability was confirmed by calculating Cronbach's alpha coefficient. The statistical analyses revealed that mathematics teachers demonstrated a high level of implementation of the representation standard overall. Specifically, the results showed a high degree of implementation in the dimensions of constructing and using representations to organize, record, and communicate mathematical ideas, as well as selecting, applying, and translating representations to solve mathematical problems. However, the implementation level for the dimension of using representations to model and understand natural, social, and mathematical phenomena was moderate. In light of these findings, the study proposed several

حقوق النشر: ©٢٠٢٥ المؤلف(ون). نُشر بواسطة الشرق للنشر والتكنولوجيا. هذه المقالة متاحة بنظام الوصول المفتوح بموجب شروط رخصة المشاع الإبداعي النسبية ٤,٠ الدولية، والتي تتيح الاستخدام والتوزيع وإعادة الإنتاج دون قيود في أي وسيط، بشرط الاستشهاد بالعمل الأصلي بشكل صحيح.

recommendations. These include: raising teachers' awareness of the principles and standards of school mathematics and their importance; organizing workshops to enhance teachers' knowledge and skills in mathematical representation; guiding curriculum developers to emphasize the role of representation in lessons and integrate diverse practice activities based on it; and developing a practical guide for middle and secondary school mathematics teachers that provides a comprehensive description of the representation standard and strategies for its effective application in teaching.

Keywords: *Mathematical Representation, Mathematics Teachers, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Teachers of Grades 9-12, Sultanate of Oman.*

المقدمة

يعيش العالم اليوم تطورًا متسارعًا في مختلف الميادين، ولا سيما في المجالات العلمية والتكنولوجية، الأمر الذي جعل من تعليم الرياضيات حجر الأساس لفهم هذه التطورات واستيعابها، وقد انعكس هذا الاهتمام على الرياضيات المدرسية من خلال ظهور العديد من المبادرات العالمية لتطوير مناهجها وأساليب تدريسها، ومن أبرز هذه المبادرات صدور وثيقة "معايير مناهج الرياضيات المدرسية وتقويمها (CESSM)" عن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية عام ١٩٨٩م، والتي شكلت نقطة تحول في توجهات تعليم الرياضيات عالمياً.

ويشير عبيد (٢٠٠٤) إلى أن الحركة العالمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات في ضوء المعايير ظهرت بوضوح في أواخر ثمانينيات القرن العشرين، حيث هدفت إلى تحديد ما ينبغي أن يحققه المتعلم من معارف ومهارات منذ مرحلة الروضة وحتى نهاية المرحلة الثانوية، وتوفير إطار مرجعي لفحص البرامج التعليمية وتطويرها، وبناء المواد التعليمية وأدوات التقويم، إضافة إلى تعزيز الأفكار التي تسهم في تفوق الطلبة في الرياضيات. كما تعرف المعايير بأنها "أوصاف دقيقة لما يجب أن يعرفه الطالب وما يجب أن يكون قادرًا على القيام به بعد تعلمه للرياضيات" (أبو زينة، ٢٠٠٣، ص٩٠).

وتُعد معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) من أكثر المرجعيات تأثيراً في توجيه تعليم الرياضيات وتحسين جودة ممارساته، فقد تضمنت هذه المعايير مجموعة من المبادئ والعمليات الهادفة إلى ضمان تعليم رياضي ذي جودة عالية، وذلك من خلال إشراك معلمي الرياضيات والخبراء وقيادات المدارس والطلاب وأولياء الأمور في تطوير الرؤية التربوية (NCTM, 1991). وفي عام ٢٠٠٠، أصدر المجلس وثيقة "مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية" التي اشتملت على ستة مبادئ رئيسية هي: مبدأ المساواة، مبدأ المنهج، مبدأ التعليم، مبدأ التقويم، ومبدأ التكنولوجيا (NCTM, 2000).

كما تضمنت الوثيقة معايير المحتوى وهي: الأعداد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، الاحتمالات وتحليل البيانات، ومعايير العمليات الخمس، وهي: حل المشكلات، الاستدلال والبرهان، التواصل الرياضي، الاتّصال الرياضي، والتمثيل الرياضي. ويُعد معيار التمثيل الرياضي أحد أهم هذه المعايير، نظراً لدوره في تمكين المتعلمين من استخدام لغة الرياضيات والتعبير عن الأفكار والمفاهيم بطرق متعددة، مما يساعدهم على فهم أعمق للمحتوى الرياضي والوصول إلى حلول صحيحة للمسائل.

وتبرز أهمية التمثيل الرياضي من كونه وسيلة فعّالة لتنظيم أفكار الطلاب وإظهار العلاقات الرياضية في صور حسية أو رمزية أو بصرية، وهو ما يؤكد عليه المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) ويدعمه عدد من الباحثين مثل فنيل وروان(Fennel & Rowan, 2001) ، اللذين أشارا إلى أن التمثيلات الرياضية تسهم في تعزيز فهم المتعلمين وتوضيح الأفكار الرياضية لديهم. كما أن تنوّع صيغ التمثيل بين الحسّي والصوري والمجرد يتيح للطلاب فرصاً أوسع للتفاعل مع المفاهيم الرياضية وبنائها تدريجياً.

وتشير خبرات الميدان التربوي إلى أن العديد من الطلبة يواجهون صعوبات في تعلم الرياضيات وفهم مفاهيمها وبقاء أثر التعلم لديهم، مما يستدعي من المعلم البحث عن أساليب فعّالة تساعد الطلاب على اكتساب

المهارات والمفاهيم وربطها بالحياة الواقعية، ويعد التمثيل الرياضي من أكثر الأساليب الداعمة لذلك، لما يوفره من أدوات تساعد الطالب على تصور المفاهيم وحل المسائل بطرق متعددة.

وفي ضوء ما سبق، جاءت هذه الدراسة لاستقصاء مدى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (12–9) في سلطنة عمان لمعيار التمثيل الرياضي كما ورد في معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM، خصوصًا أن هذه الفئة من الطلاب تتعامل مع تمثيلات رياضية أكثر تجريدًا مقارنة بالمراحل السابقة، الأمر الذي يجعل من إتقان المعلمين لهذا المعيار ضرورة تربوية ملحّة لدعم تعلم الطلاب.

مشكلة الدراسة

مع تقدم الطلاب في دراستهم للرياضيات عبر المراحل الدراسية، تزداد حاجتهم إلى استخدام التمثيلات الرياضية للتعبير عن الأفكار والمفاهيم بصورة واضحة ومنظمة، وهو ما يسهم في تعزيز قدرتهم على فهم المحتوى الرياضي وحل المسائل المعقدة التي تواجههم، فإذا كانت الرياضيات تعد علماً قائماً على الأنماط والعلاقات، فإن التمثيلات الرياضية تعد الوسيلة الأساسية لتحليل هذه الأنماط وتسجيلها وتنظيمها (Steen, 1997). ومن هنا تبرز أهمية إتقان المعلم لهذا المعيار من معايير العمليات التي نصت عليها وثيقة NCTM.

وفي إطار سعي سلطنة عمان لتطوير تعليم الرياضيات، اعتمدت وزارة التربية والتعليم سلسلة مناهج كامبردج العالمية، بهدف الارتقاء بجودة المحتوى وطريقة تقديمه والانتقال من الأساليب التقليدية القائمة على الحفظ والتلقين إلى ممارسات تركز على الفهم العميق وتنمية مهارات التفكير. ويُعد التمثيل الرياضي من المعايير الأساسية التي تشجع عليها الوثيقة العالمية NCTM نظراً لدوره في بناء المفاهيم وتنمية مهارات حل المشكلات وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.

إلا أن الخبرة التربوية للباحثين وما لاحظاه أثناء العمل الميداني تشير إلى وجود قصور لدى الطلبة في مهارات التمثيل الرياضي، يظهر في ضعف قدرتهم على استخدام التمثيلات بطرق متنوعة، إضافة إلى ملاحظة تفاوت واضح بين المعلمين في مدى توظيف هذا المعيار داخل الصف، وعلى الرغم من إدراج التمثيل الرياضي في المناهج المطورة، إلا أن مستوى تطبيقه الفعلي داخل الصفوف الدراسية ما زال غير واضح، وخصوصاً في الصفوف (٩–١٢) التي تتطلب من المعلم مهارات أعلى في تقديم أشكال التمثيل المناسبة وتوجيه الطلاب للتنقل بينها.

كما أن الدراسات السابقة ومنها دراسة الرواحي (٢٠٠٨) والعليان (٢٠١٧) تشير إلى وجود تدن في أداء الطلبة والمعلمين في مهارات التمثيل الرياضي، مما يعزز الحاجة إلى دراسات حديثة تستقصي واقع تطبيق هذا المعيار في الميدان التربوي العماني، خاصة بعد تطبيق المناهج المطوّرة.

وبناءً على ما سبق، تتمثل مشكلة الدراسة في عدم وضوح مستوى تطبيق معلمي الرياضيات في الصفوف (٩–١٢) في سلطنة عمان لمعيار التمثيل الرياضي وفق ما ورد في وثيقةNCTM ، وفي الحاجة إلى تحديد مدى ممارسة المعلمين لهذا المعيار في ضوء الواقع التعليمي الحالي.

أسئلة الدراسة

إن هذه الدراسة تهدف إلى الإجابة عن السؤال: ما مدى ممارسة مهارة التمثيل الرياضي لدى معلمي الرياضيات في الصفوف (٩-١٢) في سلطنة عمان؟

أهمية الدراسة

تعتبر هذه الدراسة مهمة وذلك لأنها تختص بالتمثيلات الرياضية والتي بدورها تساهم في تطوير مستوى الطلاب وقدراتهم على حل المسائل المختلفة، المجردة منها والحياتية، وهي تنطلق من توصيات الدراسات

السابقة التي تدعو إلى إجراء المزيد من الدراسات والبحوث حول معيار التمثيلات الرياضية، ولعل أهمية هذه الدراسة تكمن في هذه النقاط التالية:

١) تزويد معلمي الرياضيات بالمعرفة حول موضوع التمثيلات الرياضية.
٢) الأثر الذي ينتج من تنمية مهارات الطلبة من استخدام التمثيل الرياضي.
٣) التأكيد على استخدام وتوظيف التمثيل الرياضي في حل المسائل الرياضية.
٤) معرفة مستوى الطلبة في مهارة التمثيل الرياضي.

حدود الدراسة

١) الحدود الزمانية: الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠٢٤/٢٠٢٥.
٢) الحدود المكانية: محافظتي الداخلية وشمال الشرقية
٣) الحدود البشرية: مجموعة من معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢).
٤) الحدود الموضوعية: هذه الدراسة تقتصر على معيار التمثيل الرياضي من وثيقة (NCTM) للصفوف (٩-١٢).

الإطار النظري

المحور الأول: التمثيلات الرياضية.

تُعد الرياضيات من المواد الأساسية التي ينظر إليها لدى كثير من المتعلمين على أنها مادة صعبة ومجردة، تتطلب حفظاً لقوانين ورموز ونظريات قد يصعب ربطها بالمواقف الحياتية اليومية. وقد أشار عبيد (٢٠٠٤) إلى أن هذا التصور السلبي لدى بعض المتعلمين يرجع إلى ضعف استراتيجيات التدريس التي لا تراعي طبيعة التفكير الرياضي، ولا توظف الأدوات البصرية والحسية التي تُسهِم في توضيح المفاهيم الرياضية. وفي هذا السياق، يأتي التمثيل الرياضي بوصفه أحد أهم عناصر معايير العمليات التي نصت عليها وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM، لما له من دور محوري في جعل الأفكار الرياضية أكثر وضوحاً وتجريدها بصورة تدريجية تتناسب مع مستوى المتعلم.

وقد أوضح زيتون (٢٠٠٥) أن التمثيلات الرياضية تعد أدوات تساعد على تنظيم المعلومات وتحويل البيانات المجردة إلى صور مرئية يمكن فهمها وتحليلها بسهولة، مما يسهّل على المتعلمين إدراك البنية الرياضية للمفاهيم والعلاقات. كما أن استخدام التمثيلات بأنواعها سواء كانت رسوماً بيانية، جداول، رسومات هندسية، نماذج حسية، أو مخططات يعزز القدرة على توصيل الأفكار ومناقشتها، ويتيح للمتعلمين فرصة التفاعل مع المادة الرياضية بطرق متعددة.

تعريف التمثيلات الرياضية

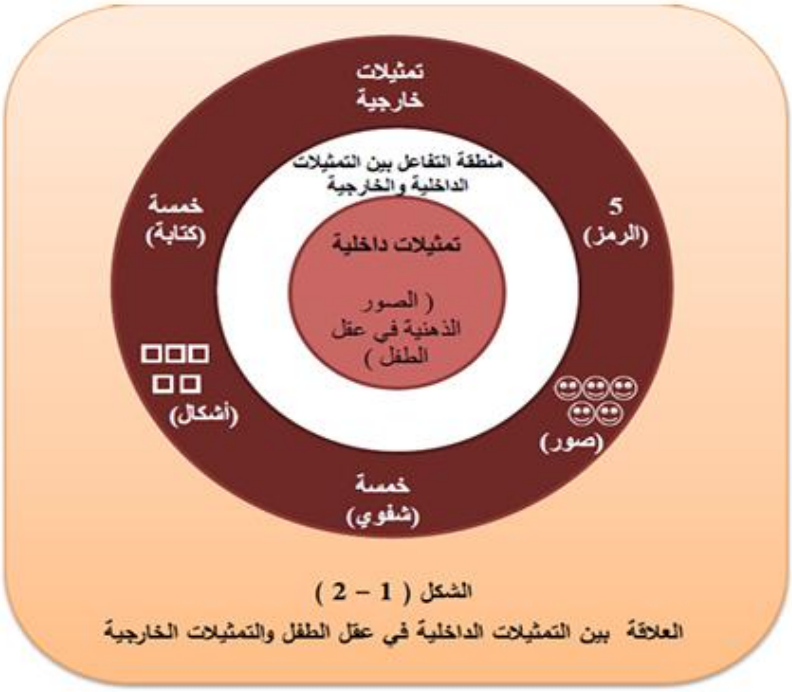
عرف بيب وشوز نوف (Pape & Tchosnov,2001,P.208) بأن التمثيلات الرياضية بأنها عبارة عن تجريدات داخلية للفكر الرياضي أو مخطط معرفي تم تطويره من خلال خبرة الطالب، وتعتبر القوائم والمخططات والجداول والرسومات والتمثيلات العددية والجبرية تجسيد للبناء العقلي أو توضيح خارجي للمفاهيم، أي أن المتعلمين يبنون تمثيلات داخلية لحل المسائل أو تنظيم الأفكار الرياضية.

ويعرفها كاستبرج (Kastberg,2002,P.6) بأن التمثيلات الرياضية عبارة عن أفكار في عقل الطالب يتم توصيلها للآخرين عن طريق أربع أنماط تمثيلية وهي: المكتوبة، والمجدولة، والمصورة، والشفهية.

ويعرف السواعي (٢٠١٠) التمثيلات الرياضية بأنها استخدام لأشياء مثل الكلمات والجداول والمواد المحسوسة والرسومات.... إلخ، للتعبير عن مفهوم أو فكرة رياضية(ص١٤٢).

وأعتبر بيب وشوز نوف (Pape & Tchosnov,2001,P.118) بأن التمثيل يتم من خلال تفاعل الصور الذهنية مع التمثيل الخارجي، ويتم تعلم المفاهيم الرياضية من خلال بناء تدريجي للصور الذهنية للمفاهيم الأولية، كما أن هناك تأثير متبادل بين شكل التمثيل الخارجي والداخلي، وكل منهما يؤثر على الآخر، ويوضح الرسم التالي هذا الكلام:

نلاحظ من الشكل في الأعلى أن العلاقة بين التمثيلات الداخلية التي تحصل في عقل الطفل والتمثيلات



الشكل (1 – 2)
العلاقة بين التمثيلات الداخلية في عقل الطفل والتمثيلات الخارجية

الخارجية التي يمكن مشاهدتها في أشكال وصور مختلفة، وتشير المنطقة التي في المنتصف الموجودة بين جانبي التمثيلات إلى منطقة التفاعل التي تتم من خلالها عملية الفهم والاستيعاب.

أهمية التمثيلات الرياضية:

تبرز أهمية التمثيل الرياضي في كونه وسيلة فعالة للتفكير الرياضي تساعد المتعلم على إدراك العلاقات بين المفاهيم وتنظيم الأفكار وفهم البنية الرياضية بعمق أكبر. فالمتعلم حين يرى المفهوم الرياضي في أكثر من صورة، مثل العدد، الشكل، الرسم البياني، أو التمثيل الرمزي يصبح أكثر قدرة على الربط بين المعارف والتعامل مع المسائل بمرونة واستقلالية أعلى.

وقد أكد السواعي (٢٠١٠) أن التمثيلات الرياضية تمكن المتعلمين من إدراك العناصر المشتركة بين المواقف المختلفة، مما ينمي لديهم التفكير الرياضي ويعزز الاستدلال. كما يوضح بدوي (٢٠٠٧) من خلال نموذج تمثيلي أن التمثيلات الرياضية ليست أدوات للتوضيح فحسب، وإنما تُسهم أيضًا في تفسير الظواهر وبناء المفاهيم والتعامل مع المشكلات من خلال الرسم التالي (ص٦٠).

شكل (2- 2)
استخدامات التمثيلات الرياضية

ومن خلال الشكل السابق نلاحظ بأن للتمثيلات الرياضية عدة وظائف حيث إنها تنظم الأفكار الرياضية وتفسر الظواهر، كما إنها تساعد على التعامل مع الظواهر التي من حولنا، وحل المسائل الرياضية والتمثيلات الرياضية تعتبر أداة تفكير فاعلة فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل الكسر العادي بعدة طرق: ككسر عشري، أو نموذج هندسي، أو نسبة بين مقدارين، وهذا التنوع يساعد المتعلم على فهم أعمق للمفهوم الرياضي وربطه بالمواقف الحياتية.

معايير التمثيل الرياضي:

تتضمن وثيقة NCTM (2000) ثلاثة مؤشرات أساسية لمعيار التمثيل الرياضي، وهي:

١. إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية.
٢. اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية.
٣. استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.

وقد جاءت هذه المؤشرات لتؤكد أن التمثيلات الرياضية ليست مهارة جانبية، بل عنصر أساسي في فهم المفاهيم وتنمية القدرة على حل المشكلات. وتشير الوثيقة إلى أن التمثيلات يجب أن تُقدّم للطلاب بشكل تدريجي، بدءًا من الصور الحسية وصولًا إلى التمثيلات الرمزية، وأن يُتاح للطلاب الفرصة لإنشاء تمثيلاتهم الخاصة لتعزيز فهمهم.

وتؤكد NCTM أن التمثيل الفعال يتطلب من المتعلم ليس فقط تعلم الأشكال التقليدية للتمثيل، بل أيضاً تطوير طرقه الخاصة في التعبير عن أفكاره، ثم الانتقال بينها بطريقة مرنة. وتشارك هذه التمثيلات في مساعدة الطلاب على بناء نماذج رياضية للظواهر الحياتية، وفهم العلاقات الرياضية في سياقات متنوعة.

المؤشر الأول: إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية

ان التمثيلات المكتوبة من الأفكار الرياضية هي جزء أساسي من تعلم الرياضيات وهذا ما يجب على المتعلمين أن يفهموه، ومن الأهمية أن نشجع المتعلمين على تمثيل أفكارهم لتشكيل الحس الهندسي والمكاني لديهم، ويتعلم الطلاب النماذج التقليدية للتمثيل من أجل تسهيل عملية تعلمهم للرياضيات (NCTM, 2000).

قد تخفي حقيقة أن التمثيلات هي أدوات فعالة جدًا مدى صعوبة تطويرها، والأهم من ذلك مقدار الجهد المطلوب لفهمها، على سبيل المثال يعد نظام العد العشري صعبًا بالنسبة للأطفال الصغار، ويجب أن يوفر المنهاج العديد من الفرص لربط الفهم الناشئ لدى الطلاب للأعداد الطبيعية مع بنية التمثيل العشري. ومع ذلك، عندما يتقدم الطلاب في المنهاج، يصبح التركيز بشكل متزايد على تقديم الرياضيات نفسها (NCTM, 2000).

يمكن للتمثيلات الفريدة التي ينشئها الطلاب أثناء حل المشكلات واستكشاف الأفكار الرياضية أن تلعب دورًا مهمًا في مساعدتهم على الفهم وحل المشكلات، وتوفير طرق ذات معنى لتسجيل طريقة الحل ووصفها للآخرين، يمكن للمعلمين الحصول على رؤى قيمة حول طرق تفسير الطلاب وتفكيرهم في الرياضيات من خلال النظر في تمثيلاتهم، كما يمكنهم بناء ربط بين التمثيلات الشخصية والتمثيلات الأكثر تقليدية عند الضرورة، من المهم أن تتاح للطلاب الفرص ليس فقط لتعلم الأشكال التقليدية للتمثيل ولكن أيضًا لبناء وتطوير واستخدام تمثيلاتهم الخاصة كأدوات لدعم تعلم الرياضيات وممارستها (NCTM, 2000).

المؤشر الثاني: اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية.

غالبا التمثيلات المتنوعة توضح مظاهر متنوعة من العلاقات المعقدة والمفاهيم، فيتعلم التلاميذ الكسور بطريقة تمثيلها بقطاعات دائرية أو قطع مستطيلة وغيرها وهذه الطريقة مفيدة لتفسير الكسور وتدريس تكافؤ الكسور أو جمع الكسور التي لها نفس المقام أو التي مجموعها أقل من واحد، ولكنها لا تفيد بشكل كبير عند تدريس النسبة والقسمة المشار إليها كتمثيل على خط الأعداد وغيرها من التمثيلات، مثل النسب كعناصر منفصلة في مجموعة أو النقاط على خط الأعداد، ولكي يفهم المتعلمين الكسور بشكل أكثر يحتاجوا إلى تمثيلات تدعم فهم العديد من المفاهيم في الرياضيات المدرسية (NCTM, 2000).

يجب التأكيد على أهمية استخدام التمثيلات المتعددة طوال مسيرة الطلاب التعليمية في الرياضيات، على سبيل المثال يجب على الطلاب من مرحلة ما قبل الروضة وحتى الصف الثاني أن يعرفوا كيفية تمثيل ثلاث مجموعات من أربعة عن طريق الجمع المتكرر أو القفز العددي أو ترتيب مجموعة من الأشياء، يبدأ طلاب الصفوف الابتدائية في رؤية كيف تسهل بعض التمثيلات فهم خصائص معينة، باستخدام الترتيبات الشبكية، ويمكن للمعلم توضيح خاصية التبادل (NCTM, 2000).

وإذا تأمل المتعلمين في استخدامهم للتمثيلات، وطوروا فهمهم لنقاط الضعف ونقاط القوة للتمثيلات المتنوعة ولمختلف الأغراض، فإن مخزون المتعلمين من التمثيلات سيتوسع، ويحتاج المتعلمين إلى فرص للنظر في أنواع البيانات والأسئلة حتى يتعلم التلاميذ نماذج تمثيلية متنوعة لعرض البيانات الإحصائية، ومن المحتمل أن رسم دائرة مناسبة أكثر من رسم خط، ومخطط أعمدة بارزة أكثر تناسبا من الرسم البياني (NCTM, 2000).

المؤشر الثالث: استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.

يستخدم مصطلح النمذجة بمعانٍ متعددة فهو يستخدم في المناقشة عند تعليم الرياضيات، وتستخدم أيضا للإشارة للمواد الطبيعية التي يدرسها التلاميذ في المدرسة (NCTM, 2000).

كما تستخدم النماذج للمحاكاة والعرض والتمثيل من قبل المعلمين، ومصطلح النموذج الرياضي يرادف التمثيل، فالتمثيل الرياضي للعناصر والعلاقات يساعد على إصدار حكم مثالي لظاهرة معقدة، والنماذج يمكن استخدامها لتفسير وتوضيح الظواهر وحل المشكلات (NCTM,2000).

في المرحلة الثانوية يُنشئ الطلاب نماذج ويفسرونها لظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية، وذلك من خلال تحديد العناصر الأساسية للسياق وابتكار تمثيلات تُظهر العلاقات الرياضية بين هذه العناصر، باستخدام التقنيات الإلكترونية يمكن للطلاب استخدام التمثيلات في حل المشكلات وطرق التحليل التي كانت حتى وقت قريب صعبة الاستكشاف في المرحلة الثانوية، على سبيل المثال استخدام الطرق العددية التكرارية لتطوير مفهوم حدسي عن النهاية وتطبيقاتها، كما أن السلوك المقارب للدوال يصبح أسهل للفهم من خلال الرسوم البيانية، وكذلك تأثير التحويلات على الدوال، توفر هذه الأدوات والفهم للطلاب إمكانية الوصول إلى نماذج يمكن استخدامها لتحليل مجموعة موسعة من المواقف الواقعية والمثيرة للاهتمام (NCTM, 2000).

المحور الثاني: معايير التمثيل الرياضي لدى طلبة المرحلة الثانوية الصفوف (٩-١٢).

تُعد مرحلة التعليم الثانوي من المراحل المحورية في تعليم الرياضيات، حيث يزداد مستوى التجريد ويُنتظر من الطالب التعامل مع مفاهيم أكثر تعقيداً، وفهم العلاقات الرياضية بعمق أكبر، ولذلك فإن التمثيلات الرياضية تعد أداة مهمة في هذه المرحلة، إذ تساعد المتعلم على الانتقال من الفهم الحسي والوصفي إلى الفهم الرمزي والتحليلي، وتمكنه من ربط الرياضيات بظواهر الحياة الواقعية.

وتوضح وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية أن التمثيلات في المرحلة الثانوية لا تستخدم فقط لتوضيح المفاهيم، بل لتبرز القوة والجمال الرياضي الكامن في العلاقات والنماذج الرياضية، فالتمكن من استخدام التمثيلات المتعددة يعد مؤشراً مهماً على فهم الطالب وقدرته على توظيف الرياضيات في سياقات حياتية وعلمية متنوعة (NCTM, 2000).

شكل التمثيل الذي يجب أن يتعلمه طلبة المرحلة الثانوية الصفوف (٩-١٢)

تشير وثيقة NCTM (2000) إلى أن الطلاب في المرحلة الثانوية يجب أن ينتقلوا إلى توسيع استخدام التمثيلات الرياضية بما يتناسب مع صعوبة المحتوى وتنوع الموضوعات. ويشمل هذا التوسع القدرة على:

استخدام التمثيلات البيانية والجبرية والهندسية بأساليب أكثر عمقاً، الانتقال بين أنواع التمثيلات المختلفة، وتطبيقها في تحليل مسائل معقدة أو ظواهر حياتية.

فعلى سبيل المثال، يمكن للطلبة تمثيل مجموع الأعداد الصحيحة الفردية باستخدام الرسومات والنماذج، أو تمثيل المسافة التي تقطعها سيارة تتحرك بتسارع ثابت باستخدام دوال من الدرجة الثانية مثل: د(س) = أس^2 . ويتيح ذلك للطلاب فهم المفهوم الرياضي الأساسي المشترك بين الظواهر المتشابهة، مما يساعدهم على تمييز البنية الرياضية في موضوعات مختلفة.

كما يسهم الانتقال بين التمثيلات مثل الانتقال من التمثيل الجدول إلى البياني أو من البياني إلى الرمزي في تعزيز القدرة على الربط بين الجبر والهندسة، وتكوين فهم أعمق للعلاقات الرياضية. وهذا التعدد في طرق العرض يساعد الطالب على رؤية الفكرة الرياضية من زوايا مختلفة، مما يرسخ الفهم ويعزز مهارة التحليل.

دور المعلم في عملية تطوير التمثيل لدى طلاب المرحلة الثانوية الصفوف (٩-١٢)

تلعب خبرات المعلم ودوره في الصف دوراً محورياً في تطوير مهارات التمثيل لدى الطلاب. إذ تشير وثيقة NCTM (2000) إلى أن تعلم الرياضيات يعتمد على:

- فهم لغة الرياضيات.
- إدراك الرموز والمصطلحات.
- واستخدام التمثيلات المناسبة في الوقت المناسب.

ويتمثل دور المعلم في:

١. اختيار التمثيل المناسب للموقف التعليمي، مع مراعاة طبيعة المفهوم الرياضي وخلفية الطلاب.
٢. مساعدة الطلاب على اختيار التمثيل الذي يتناسب مع أسلوب تفكيرهم، مما يعزز استقلاليتهم في التعلم.

٣. تشـــجيع الطلاب على إنشـــاء تمثيلاتهم الخاصـــة، وعدم الاكتفاء بالتمثيلات التقليدية، لأن تمثيلات الطالب تكشف عن طريقة تفكيره وفهمه للموضوع.
٤. ربط تمثيلات الطالب الشخصية بالتمثيلات الرياضية المتعارف عليها، مما يسهم في بناء المعرفة الرياضية بصورة صحيحة ومنظمة.

وقد بينت الوثيقة أن الطالب قد يقدم تمثيلاً يبدو واضـــحاً من وجهة نظره لكنه لا يتوافق تماماً مع التمثيل الرياضـــي الرســـمي. وهنا يظهر دور المعلم في التوجيه من خلال تحليل طريقة تفكير الطالب، ثم توجيهه نحو التمثيل الصحيح دون إلغاء تمثيله الشخصي.

التمثيل الرياضي في المناهج العمانية المطورة

حرصـت وزارة التربية والتعليم في سـلطنة عمان على تطوير المناهج بما يواكب التوجهات العالمية في تعليم الرياضيات، وذلك من خلال اعتماد سلاسل كامبردج العالمية .وتهدف هذه المناهج إلى تعزيز الفهم العميق، وتنمية مهارات التفكير، ومن بينها مهارات التمثيل الرياضي.

من خلال خبرة الباحثين في الميدان، يتضح أن هذه المناهج تظهر اهتماماً كبيراً بالتمثيلات الرياضية إذ:

١. تنتقل من المحسوس إلى المصوّر إلى الرمزي.
٢. تقدم تمثيلات متنوعة للمفاهيم.
٣. وتعتمد تمارين تساعد الطالب على استخدام التمثيل في سياقات مختلفة.

ومع ذلك، يلاحظ الباحثان أن:

- بعض الدروس تفتقر إلى تنوع التمثيلات داخل النشاط الواحد.
- كما أن الربط بين التمثيلات والمواقف الحياتية لا يظهر بصورة كافية.
- إضـــافة إلى أن النمذجة الرياضـــية وهي أحد أشـــكال التمثيل لا تقدم بشـــكل يبرز أهميتها في فهم الظواهر أو تحليل البيانات الواقعية.

وهذا يؤكد أهمية دراسـة مدى تطبيق معلمي الرياضـيات للتمثيل الرياضـي في المدارس العمانية، ومدى توظيفهم لهذه المهارة بما ينسجم مع التوجهات العالمية ومع طبيعة المرحلة الثانوية.

الدراسات السابقة

شـهد مجال تعليم الرياضـيات اهتماماً متزايداً بدراسـة مهارات التمثيل الرياضـي نظراً لدورها الكبير في بناء المفاهيم وتطوير فهم الطلاب، وقد تناولت عدة دراسـات هذا الموضـوع، منها الدراسـات التي ركزت على تحليل المناهج، أو قياس مهارات الطلاب، أو رصد ممارسات المعلمين، وفيما يلي عرض موجز لهذه الدراسات:

وهدفت دراســة الرواحي (٢٠٠٨) إلى تحديد مدى توافر مهارات التمثيل الرياضـــي لدى طلبة صـــفي الثامن والتاسـع في سـلطنة عمان، في ضـوء معايير NCTM، كما اسـتخدمت الدراسـة اختبار مهارات التمثيل الرياضي، ويتكون من ٢٠مفردة موزعة بين مهارات التمثيل الرياضي ونوع التمثيل، وتكونت عينة الدراسة من ٩٨٠ طالب وطالبة، منهم ٤٩٤ طالب و٤٨٦ طالبة موزعين على ٨مدارس، وأظهرت نتائج الدراسة على وجود تدنٍ في أداء طلبة الصـــفين الثامن والتاســـع في مهارات التمثيل الرياضـــي، كما أظهرت عن وجود فروق دالة إحصائيا بين متوسطات أداء طلبة الصفين الثامن والتاسع في مهارات التمثيل لصالح طلبة الصف التاسع في كل المهارات.

هدفت دراسـة رسـتم (٢٠١٢) إلى تحديد أنواع التمثيلات الرياضـية المتعددة التي تتوفر في وحدة الجبر من كتاب الرياضـيات للصـف السـابع الأسـاسـي في فلسـطين، ومقارنتها مع الوضـع المثالي طبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه حول التمثيلات الرياضـية، كما هدفت الدراسـة إلى تحديد التمثيلات المتعددة التي يسـتخدمها

معلمو وحدة الجبر نفسها، واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي والذي اتبع أكثر من جانب، أولاً تم استخدام تحليل المحتوى في هذا الجانب، وثانياً تم استخدام الملاحظة والمقابلة للعينة، بينما كانت العينة منقسمة إلى وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع في فلسطين، وكانت العينة عبارة عن ثلاثة معلمين في المدارس الحكومية القريبة من موقع سكن الباحث، كما استخدم الباحث كلاً من دليل تفريغ تحليل الوحدة المستهدفة من أجل رصد التمثيلات الرياضية المتعددة الموجودة في الوحدة، واستمارة ملاحظة وأسئلة المقابلة لأفراد العينة كأدوات للدراسة، وأظهرت نتائج الدراسة أن تمثيلي استخدام الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي تتوفر بدرجة مرتفعة جداً في وحدة الجبر، بينما تبين أن كلاً من التمثيلات بالصور والمجسمات والمواقف الحياتية تتوفر بدرجة منخفضة إلى منخفضة جداً، كما أظهرت النتائج أن استخدام المعلمين لتمثيلي الرموز المكتوبة واللغة المحاكية مرتفعة جداً، ولكن التمثيلات الثلاث الأخرى تم استخدامها بدرجة بين منخفضة إلى منخفضة جداً.

وهدفت دراسة الدراس (٢٠١٦) إلى تحليل كتب الرياضيات المطورة للمرحلة الأساسية في المملكة العربية السعودية في ضوء معايير NCTM للتعرف على درجة توافر معيار التمثيل الرياضي فيها، كما هدفت إلى التعرف على طرق التمثيل الرياضي التي يستخدمها المعلمون في تدريس المحتوى الرياضي المتضمن في هذه الكتب، واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي، حيث كانت أداة الدراسة الأولى بناء أداة للتحليل مشتقة من معيار التمثيل الرياضي المتضمنة في وثيقة (NCTM, 2000)، واستخدمت في تحليل كتب الرياضيات المطورة للصفوف الرابع والخامس والسادس، كما استخدمت الدراسة الاستبانة كأداة ثانية للدراسة وتم توزيعها على عينة الدراسة المكونة من ٢٤ معلم من معلمي الرياضيات في المدارس الحكومية في محافظة الرس، وأظهرت نتائج الدراسة في تحليل كتب عينة الدراسة تقارب متوسط عدد التمثيلات الكلي في الصفحة الواحدة لكل منها بمتوسط (٢,٧٢)، كما أظهرت نتائج تحليل الاستبانة الخاصة بطرق التمثيل الرياضي على درجة عالية في جميع الطرق، وكانت أعلى نسبة لطرق التمثيل المستخدمة من قبل المعلمين في تدريس المحتوى الرياضي لطريقة التمثيل الكتابي.

كما هدفت دراسة العليان (٢٠١٧) إلى التعرف على درجة توفر مؤشرات معايير عمليات الرياضيات المدرسية العالمية في أداء معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة وفق تقييمهم الذاتي، واتبعت الدراسة المنهج الوصفي المسحي، كما استخدمت الدراسة الاستبانة كأداة للدراسة، وتم تطبيقها على عينة تكونت من ١١٨ معلم من معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بمدينة الرياض، وأظهرت نتائج الدراسة ضعف توافر معظم مؤشرات معايير عمليات الرياضيات في أداء المعلمين، حيث توافرت كل من معايير حل المشكلات والاستدلال والبرهان الرياضي والترابط في أداء المعلمين بدرجة ضعيفة، بينما توافر معيار التواصل بدرجة متوسطة، في حين جاء معيار التمثيل الرياضي بدرجة غير متوفرة.

وهدفت دراسة عبد الرحمن (٢٠١٩) إلى التعرف على فاعلية برنامج قائم على التمثيلات الرياضية في تنمية العمليات الرياضية والتفكير البصري لدى طلاب الصف الأول الإعدادي المهني، واستخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، حيث تكونت عينة الدراسة من ٦٠ طالب من طلبة الصف الأول إعدادي، وتم تقسيم العينة على مجموعتين إحداهما المجموعة التجريبية والتي تم تدريسها باستخدام البرنامج القائم على التمثيلات الرياضية، بينما الأخرى المجموعة الضابط والتي تم تدريسها بالطريقة المعتادة، واستخدمت الدراسة اختبار العمليات الرياضية الأساسية لقياس الأبعاد الأربعة وهي عملية الجمع والطرح والضرب والقسمة كأداة للدراسة، كما استخدمت كذلك اختبار التفكير البصري لقياس الأبعاد الخمسة له وهي مهارة التعرف على الشكل ومهارة تحليل الشكل ومهارة ربط العلاقات في الشكل ومهارة إدراك وتفسير الغموض بالشكل ومهارة استخلاص المعاني، وأظهرت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبارين لصالح المجموعة التجريبية.

التعليق على الدراسات السابقة

أظهرت الدراسات السابقة تنوعاً في تناول موضوع التمثيل الرياضي، فقد ركز بعضها على قياس مهارات الطلبة مثل دراسة الرواحي (٢٠٠٨)، بينما اهتمت دراسات أخرى برصد ممارسات المعلمين كما في دراسة العليان (٢٠١٧)، في حين اتجهت دراسات تحليل المحتوى مثل رستم (٢٠١٢) والدراس (٢٠١٦) إلى فحص طبيعة التمثيلات المقدمة في الكتب المدرسية، وعلى الرغم من اختلاف أهداف هذه الدراسات، فإنها تشترك في إبراز أهمية التمثيلات الرياضية ودورها في فهم المفاهيم الرياضية وتطوير الأداء الأكاديمي للمتعلمين. وتنوعت عيناتها بين طلاب ومعلمين ومحتوى دراسي، كما اختلفت منهجياتها بين المنهج الوصفي التحليلي والمنهج التجريبي، واعتمدت معظمها على أدوات مثل الاختبارات التحصيلية، استبانات الأداء الذاتي، بطاقات تحليل المحتوى، والمقابلات.

وترتبط هذه الدراسات بالدراسة الحالية في كونها تستند جميعا إلى إطار معايير NCTM في تفسير واقع التمثيل الرياضي، كما تشترك في الاهتمام بتحديد مستوى امتلاك الطلبة أو المعلمين لهذه المهارة، إلا أن الاختلاف يبرز من حيث تركيز كل دراسة على مرحلة دراسية أو جانب معين من جوانب التمثيل، كما تختلف أدوات القياس التي استخدمتها، حيث ركزت بعض الدراسات على الاختبارات، بينما اعتمدت أخرى على الاستبانات أو التحليل الكيفي للمحتوى.

وفي ضوء هذا العرض، تتميز الدراسة الحالية بأنها تتناول ممارسات معلمي الرياضيات في الصفوف (9–12)في سلطنة عمان، وهي مرحلة لم تغط بالشكل الكافي في الدراسات السابقة (حسب علم الباحثان)، كما أنها تأتي بعد تطبيق مناهج كامبردج في النظام التعليمي العماني، مما يمنحها أهمية خاصة في رصد مدى توافق الممارسات الصفية مع متطلبات المعايير العالمية. إضافة إلى ذلك، تتفرد الدراسة الحالية في هدفها المتمثل في تحديد مستوى تطبيق المعلمين لمعيار التمثيل الرياضي وفقا لوثيقة NCTM، باستخدام أداة مبنية علميا ومتحققة الصدق والثبات، وهو ما يجعلها تسد فجوة واضحة لم تتناولها الدراسات السابقة بهذا الوضوح والتركيز.

منهجية الدراسة

اعتمدت هذه الدراسة المنهج الوصفي المسحي، وهو المنهج المناسب لطبيعة الهدف الذي تسعى الدراسة إلى تحقيقه، والمتمثل في التعرّف إلى مستوى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩–١٢) لمعيار التمثيل الرياضي وفق وثيقة NCTM في المدارس الحكومية بسلطنة عمان .ويُعد هذا المنهج ملائمًا للبحوث التربوية التي تهدف إلى وصف الظاهرة كما هي في الواقع، وتحليل ممارسات المعلمين في بيئاتهم التعليمية الطبيعية.

اعتمدت الدراسة الحالية في إجراءاتها على المنهج الوصفي المسحي، القائم على جمع المعلومات من مجموعة من الأفراد بشكل مباشر (أبو علام، ٢٠١١). وذلك لكونه منهجاً مناسباً للدراسة وطبيعتها، كما عرف الرشيدي (٢٠٠٠) البحث الوصفي على أنه إجراءات يقوم بها الباحث أو الفريق البحثي بهدف وصف مشكلة الدراسة من خلال البيانات التي يتم جمعها باستخدام الأدوات وتصنيفها ثم تحليلها من أجل التوصل إلى نتائج أو تعميمات عن موضوع الدراسة.

مجتمع الدراسة وعينتها

يتكون مجتمع الدراسة من معلمي الرياضيات في المدارس الحكومية في سلطنة عمان للصفوف (٩-١٢) للعام الدراسي ٢٠٢٤\٢٠٢٥ والبالغ عددهم (١٢٧٩) معلم في جميع محافظات سلطنة عمان (وزارة التربية والتعليم، ٢٠٢٤).

عينة الدراسة

تكونت عينة الدراسة من معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) والبالغ عددهم ١٦معلم من المدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم في محافظتي الداخلية وشمال الشرقية، موزعين على حسب الصف الدراسي الذي يدرسونه، حيث كان عدد المعلمين في الصف ٩ هو (٥) معلمين وفي الصف ١٠ هو (٣) معلمين وكان عددهم في الصف ١١ (٤) معلمين بينما في الصف ١٢ فقط (٣) معلمين، بينما يوجد معلم واحد يقوموا بتعليم أكثر من مرحلة صفية حيث كان يعلم صفي ١٠ و١١.

أداة الدراسة

نظراً لطبيعة الدراسة ولتحقيق أهداف الدراسة والإجابة عن أسئلتها، استخدمت الدراسة استبانة أعدها الباحثان لقياس مستوى تطبيق معلمي الرياضيات لمعيار التمثيل الرياضي في ضوء وثيقة NCTM وقد تم بناء الأداة بالخطوات الآتية:

١. الاطلاع على الأدبيات التربوية المتعلقة بالتمثيل الرياضي ومعايير NCTM.
٢. تحليل مؤشرات معيار التمثيل الرياضي الواردة في وثيقة NCTM (2000)، واستخلاص الجوانب الأساسية القابلة للقياس.
٣. صياغة فقرات الاستبانة بحيث تغطي:
   - إنشاء واستخدام التمثيلات.
   - اختيار وترجمة التمثيلات لحل المسائل.
   - استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر.
٤. عرض الأداة على مجموعة من المحكمين المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات للتأكد من وضوح الفقرات وسلامة الصياغة ومدى مناسبتها للمفهوم المقاس.
٥. إجراء التعديلات المقترحة من المحكمين للوصول إلى الصيغة النهائية للأداة.

ويوضح جدول١ وصفاً لأداة الدراسة بعد تحكيم الأداة، يمكن الاطلاع على الأداة في ملحق (١).

جدول١: *عدد محاور ومؤشرات استبانة لقياس مدى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي*

المحور	عدد المؤشرات	أرقام المؤشرات
إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية	٧	١-٧
اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية	٤	٨-١١
استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية	٢	١٢-١٣

صدق الأداة

لتحقق من صدق الأداة تم عرضها على عدد من المحكمين المختصين والخبراء بمناهج وطرق تدريس الرياضيات، وذلك لإبداء آرائهم وملاحظاتهم حول مناسبة فقرات الاستبانة من حيث:

- ارتباط العبارة بالمحور الذي تنتمي إليه.
- وضوح صياغة المفردات وسلامتها حتى لا تكون غامضة أو تحتمل أكثر من معنى.
- اقتراح ما يرونه مناسبا من حذف، أو إضافة، أو تعديل.

واستنادا إلى آراء المحكّمين ومقترحاتهم تم إجراء التعديلات اللازمة، لتظهر الأداة في صورتها النهائية، والتي تكونت من ٣ محاور و١٣عبارة (مؤشر).

ثبات الأداة

وقد تم التحقق من ثبات الأداة من خلال إيجاد معامل الفا كرونباخ، من خلال بيانات العينة نفسها وذلك لضيق الوقت، وقد بلغ معامل الثبات العام للاستبانة (٠,٩٤)، ويبين الجدول٢ معاملات الفا كرونباخ لكل من محاور الاستبانة، وللاستبانة بشكل عام.

جدول٢: *معاملات الفا كرونباخ لمحاور الاستبانة والاستبانة بشكل عام (ن=١٣)*

المحاور	العدد	معامل الفا كرونباخ
المحور الأول	٧	٠,٨٧
المحور الثاني	٤	٠,٨٩
المحور الثالث	٢	٠,٩١
الاستبانة بشكل عام	**١٣**	**٠,٩٤**

مقياس تقديرات الاستجابة لعينة الدراسة

تم استخدام مقياس ليكرت الخماسي في كل عبارات الاستبيان (منخفض جداً، منخفض، متوسط، مرتفع، مرتفع جدا)، وتم تحديد درجة لكل تصنيف (١، ٢، ٣، ٤، ٥) على الترتيب، وتم تقسيم التقديرات إلى ثلاث مستويات (منخفض، متوسط، مرتفع)، حسب ما ورد في أغلب الدراسات السابقة، ويوضح الجدول٣ معيار الحكم على متوسط توظيف المعلمين (٩-١٢) لمعيار التمثيلات الرياضية.

الجدول٣: *معيار الحكم على متوسط توظيف المعلمين (٥-٩) لمعيار التمثيلات الرياضية*

المدى	الحكم
١,٠٠ – ٢,٣٢	منخفض
٢,٣٣ – ٣,٦٥	متوسط
٣,٦٦ – ٥,٠٠	مرتفع

إجراءات الدراسة

لتطبيق الدراسة اتبع الباحثين الإجراءات التالية:

١. الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الدراسة.
٢. تحديد مشكلة الدراسة وأسئلتها وأهدافها.
٣. تحديد المجتمع وحجم العينة وطريقة اختيارها.
٤. إعداد أداة الدراسة، وذلك من خلال تحديد المؤشرات الفرعية للتمثيل الرياضي والدراسات السابقة.
٥. عرض الأداة على المحكّمين من أهل الاختصاص لقياس صدق المؤشرات المكونة للأداة.
٦. تطبيق الأداة على العينة المكونة من المعلمين.
٧. استخراج نتائج الدراسة، ومعالجتها إحصائيا، من خلال الأساليب الإحصائية المناسبة.
٨. تفسير النتائج ومناقشتها، والإجابة عن أسئلة الدراسة في ضوء النتائج.
٩. تقديم التوصيات والمقترحات بناءً على النتائج التي توصلت إليها.

المعالجة الإحصائية

للإجابة عن أسئلة الدراسة، استخدم الباحث برنامج الحزم الإحصائية SPSS، وذلك على النحو التالي:

- تم استخدام معاملات ألفا كرونباخ لحساب ثبات الاختبار.
- للإجابة عن السؤال تم استخدام المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات العينة عن الاستبانة.

نتائج الدراسة ومناقشتها

هدف هذه الدراسة إلى تحديد مدى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩–١٢) لمعيار التمثيل الرياضي وفق وثيقة NCTM في سلطنة عمان.

النتائج المتعلقة بالسؤال

ما مدى ممارسة مهارة التمثيل الرياضي لدى معلمي الرياضيات في الصفوف (٩-١٢) في سلطنة عمان؟

للإجابة عن هذا السؤال قام الباحثين بتحليل بيانات استجابة المعلمين عن الاستبانة، وكان المحور الأول في استبانة إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية، ومن خلال استجابات المعلمين واستخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل عبارة في المحور الأول، ثم تصنيفها حسب معيار الحكم الذي تم عرضه في الجدول٣، وكانت النتائج التي توصلت لها الدراسة كما يظهر في الجدول٤.

الجدول٤: *المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعبارات المحور الأول " إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية" (ن=١٦)*

م	العبارات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معيار الحكم
١	يتم عرض التمثيلات الرياضية بالتدرج من المحسوس إلى المجرد.	٣,٧٥	٠,٩٣	مرتفع
٢	يتم تقديم التمثيلات الرياضية التي تتصف بالوضوح والدقة.	٣,٨٨	٠,٨٩	مرتفع
٣	يتم استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية.	٤,٠٠	١,٠٣	مرتفع
٤	يتم استخدام العديد من التمثيلات في حل المسائل.	٣,٥٦	٠,٦٣	متوسط
٥	أشجع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة.	٣,٨١	٠,٨٣	مرتفع
٦	يتم عرض التمثيلات التي تمس حياة الطالب.	٣,٢٥	١,٠٦	متوسط
٧	يتم استخدام التكنولوجيا في عرض التمثيلات الرياضية.	٤,١٣	١,٠٩	مرتفع
	إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية	**٣,٧٧**	**٠,٧١**	**مرتفع**

يتضح من الجدول٤ إن المتوسط الحسابي لعبارات المحور الأول تتراوح بين ٣,٢٥ إلى ٤,١٣، كما كانت أعلى ٣ متوسطات حسابي حصلت عليه العبارات كانت للعبارات رقم ٧، ٣، ٢ بالترتيب، وأقل عبارة من حيث متوسط الحسابي كانت للعبارة رقم ٦ بمستوى متوسط، وحسب معيار الحكم فإن العبارة ٦، ٤ حصلت على مستوى متوسط وباقي العبارات كانت بمستوى مرتفع، كما كان المتوسط الحسابي العام للمحور الأول ٣،٧٧ وبمستوى مرتفع.

وكان المحور الثاني في استبانة اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية، ومن خلال استجابات المعلمين واستخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل عبارة في المحور الثاني، ثم تصنيفها حسب معيار الحكم الذي تم عرضه في الجدول٣، وكانت النتائج التي توصلت لها الدراسة كما يظهر في الجدول٥.

الجدول٥: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعبارات المحور الثاني "اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية" (ن=١٦)

م	العبارات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معيار الحكم
٨	يتم تقديم الأنشطة التي تتطلب استخدام التمثيل لحلها.	٣,٨١	٠,٩٨	مرتفع
٩	يتم عرض التمثيلات الرياضية التي تساعد الطالب على الربط بين التمثيلات المختلفة.	٣,٦٣	٠,٨٩	متوسط
١٠	أطلب من الطلبة تحويل أو ترجمة المسائل الرمزية إلى تمثيل رياضي.	٤,٠٠	٠,٩٧	مرتفع

١١	تلعب التمثيلات دوراً في مساعدة الطلبة على حل المسائل.	٣,٦٣	١,٠٩	متوسط
	اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية	**٣,٧٧**	**٠,٧١**	**مرتفع**

يتضح من الجدول٥ إن المتوسط الحسابي لعبارات المحور الثاني تتراوح بين ٣,٦٣ إلى ٤,٠٠، كما كانت أعلى متوسط حسابي حصلت عليه العبارة رقم ١٠ بمستوى مرتفع، وأقل عبارتين من حيث المتوسط الحسابي كانت للعبارتين رقم ٩، ١١ بمستوى متوسط، وباقي العبارات كانت بمستوى مرتفع، كما كان المتوسط الحسابي العام للمحور الثاني ٣،٧٧ وبمستوى مرتفع.

وكان المحور الثالث في استبانة استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية، ومن خلال استجابات المعلمين واستخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل عبارة في المحور الثالث، ثم تصنيفها حسب معيار الحكم الذي تم عرضه في الجدول٣، وكانت النتائج التي توصلت لها الدراسة كما يظهر في الجدول٦.

الجدول ٦: *المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعبارات المحور الثالث" استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية" (ن=١٦)*

م	العبارات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معيار الحكم
١٢	يتم استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية للطالب.	٣,٥٠	١,٢٦	متوسط
١٣	أحث الطلبة على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر المختلفة.	٣,٣١	١,٠١	متوسط
	استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية	**٣,٤١**	**١,١٠**	**متوسط**

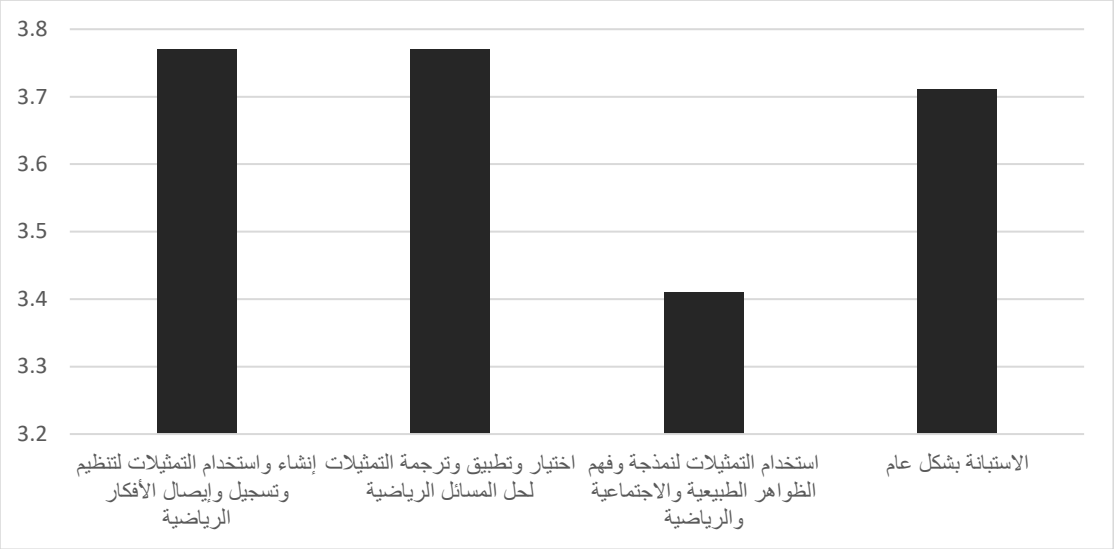
يتضح من الجدول٦ إن المتوسط الحسابي لعبارات المحور الثالث تتراوح بين ٣,٣١ إلى ٣,٥٠، كما كانت أعلى متوسط حسابي للعبارات رقم ١٢بمستوى متوسط، وأقل عبارة من حيث المتوسط الحسابي كانت للعبارة رقم ١٣ بمستوى متوسط، كما كان المتوسط الحسابي العام للمحور الثالث ٣،٤١ وبمستوى متوسط.

كما يوضح الجدول ٧ المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لجميع محاور الاستبانة بالإضافة إلى المقياس كاملا حول مدى توظيف المعلمين الرياضيات (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي.

الجدول ٧: *المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لمحاور استبانة مدى توظيف معلمين الرياضيات (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي (ن=١٦)*

م	المحور	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معيار الحكم
١	إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية	٣,٧٧	٠,٧١	مرتفع
٢	اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية	٣,٧٧	٠,٨٥	مرتفع
٣	استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية	٣,٤١	١,١٠	متوسط
	الاستبانة بشكل عام	**٣,٧١**	**٠,٧٥**	**مرتفع**

يتضح من الجدول٧ إن المتوسط الحسابي لاستبانة مدى توظيف معلمي الرياضيات (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي يساوي ٣،٧١ وبمستوى مرتفع، ومن أجل توضيح مدى توظيف لكل محور من محاور الاستبانة تم تمثيل النتائج بالأعمدة البيانية لمتوسطات محاور الاستبانة والاستبانة بشكل عام في الشكل١.



الشكل١: *أعمدة بيانية لمتوسطات محاور استبانة والاستبانة بشكل عام (ن=١٦)*

تظهر الأعمدة إن أكبر توظيف لمعلمي الرياضيات (٩-١٢) كانت في المحورين الأول والثاني والتي بلغ متوسطهما ٣,٧٧ في الاستبانة، بينما أقل المحاور التي يوظفها المعلمين من محاور الاستبانة كان المحور الثالث والتي بلغ متوسطها الحسابي ٣,٤١ في الاستبانة، ويمكن الاستنتاج من هذه النتيجة أن مدى توظيف معلمي الرياضيات (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي كانت بصورة مرتفعة.

مناقشة نتائج الدراسة

من خلال نتائج الدراسة يتضح أن درجة تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمعيار التمثيل الرياضي مرتفعاً بشكل عام، كما أظهرت نتائج أن درجة تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمحوري إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية واختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات لحل المسائل الرياضية كانت مرتفعة، بينما أظهرت النتائج في درجة تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩-١٢) لمحور استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية كانت متوسطة.

يمكن تفسير الارتفاع في المحور الأول بأن معلمي المرحلة الثانوية يدركون أهمية التمثيل في توضيح المفاهيم المجردة، خاصة في موضوعات الجبر والدوال والهندسة، كما أن المناهج العمانية (سلاسل كامبردج) تتضمن أنشطة متنوعة تعتمد على التمثيلات، مما يسهم في تعزيز ممارسات المعلمين في هذا الجانب. وتتفق هذه النتيجة مع ما أشارت إليه دراسة رستم (2012) والدراس (2016) بأن التمثيل الكتابي والرسومي يعد الأكثر حضوراً في ممارسات المعلمين.

ويعكس الارتفاع في المحور الثاني قدرة المعلمين على توظيف التمثيل بوصفه استراتيجية في حل المشكلات، وهو ما تؤكد عليه وثيقة NCTM في مؤشراتها الخاصة بالتمثيل، ويعد الانتقال بين التمثيلات من أهم المؤشرات المرتبطة بالفهم العميق، إذ يساعد الطالب على إدراك العلاقات الرياضية من زوايا مختلفة. وتنسجم هذه النتيجة مع ما توصلت له دراسة عبد الرحمن (2019) حول أثر التمثيل في تعزيز مهارات العمليات والتحليل البصري.

ويمكن تفسير انخفاض المحور الثالث مقارنة بالمحورين السابقين بعدة عوامل:

١. قلة الأنشطة الواقعية في الكتب الدراسية التي تتطلب نمذجة رياضية عميقة، كما أشارت دراسة الدراس (2016).

٢. افتقار بعض المعلمين للخبرة الكافية في بناء نماذج رياضـــية لظواهر حياتية، إذ تتطلب النمذجة قدرة أكبر على الربط بين الرياضيات ومجالات العلوم والهندسة.
٣. الطبيعة المجردة لموضوعات المرحلة الثانوية التي تميل إلى الرمزية أكثر من الميل للسياقات الحياتية.

وتتفق هذه النتيجة مع ما توصـلت إليه دراسـة العليان (2017) التي أشـارت إلى ضـعف التمثيل لدى المعلمين في المهام التي تتطلب تطبيقات حياتية.

كما ظهر التفاوت بين محاور الاسـتبانة أن مهارة التمثيل الرياضـي لدى معلمي المرحلة الثانوية تتأثر بطبيعة المناهج والممارسـات الصـفية؛ فالتمثيل بهدف الحل أو الشـرح متوقع في الصـفوف العليا، بينما يتطلب الاستخدام في النمذجة تطويراً مهنياً أعمق وإعداداً مخصـوصـاً للمعلم، كما يمكن تفسير هذه النتائج بوجود وعي مهني لدى المعلمين بأهمية التمثيلات التقليدية، مقابل ضـعف في التطبيقات الواقعية التي تربط الرياضـيات بحياة الطالب.

وتشـير وثيقة NCTM إلى أن التمثيل الرياضـي يُعد أداة أسـاسـية للتفكير والتعميم وفهم الظواهر الرياضـية، وانطلاقاً من هذه الرؤية، يمكن تفسـير النتائج المتحصـل عليها في هذه الدراسـة بأن المعلمين يميلون إلى استخدام التمثيل باعتباره وسيلة لشرح الأفكار وتنظيمها ومساعدة الطلبة على فهم المفاهيم المجردة، وهو ما ينسجم مع المؤشرات الأساسية للمعيار كما حددته الوثيقة. وفي المقابل، فإن المهارات المتعلقة بالنمذجة الرياضية – وهي مرحلة أكثر تقدمًا من التمثيل – تتطلب خبرة أعمق في الربط بين الرياضـيات والحياة الواقعية، الأمر الذي قد يفسر المستويات المتوسطة التي ظهرت في نتائج هذا المحور.

وبشـكل عام، تعكس النتائج واقعاً إيجابياً فيما يتعلق بممارسـات التمثيل السـائدة لدى معلمي المرحلة الثانوية، خصوصاً في الجوانب المرتبطة بتوضيح المفاهيم وحل المشكلات، إلا أن النتائج تكشف في الوقت نفسه عن حاجة إلى مزيد من التطوير في الجوانب التطبيقية المرتبطة بالنمذجة الرياضـية، وهو ما يتطلب دعماً مهنياً موجهاً وتضـمين أنشـطة واقعية في الكتب المدرسـية تعزز هذا الجانب وتقرب الرياضـيات من سـياقات الحياة اليومية لدى الطلبة.

التوصيات

١. تعزيز تدريب المعلمين على النمذجة الرياضـية نظرًا لكونها البعد الأقل توظيفًا، من خلال برامج تدريبية تعتمد مواقف حياتية واقعية توضح كيفية استخدام التمثيلات في تفسير الظواهر الطبيعية والاجتماعية.
٢. تطوير المناهج الدراسية لتضمين المزيد من الأنشطة التي تربط التمثيلات بالسياقات الحياتية، بما يرفع قدرة المعلمين على تطبيق هذا النوع من التمثيل في البيئة الصفية.
٣. دعم تطبيق التمثيلات المتنوعة في الممارسـات الصـفية عبر تزويد المعلمين بأمثلة وأنشـطة تسـاعد الطلاب على إنشاء تمثيلاتهم الخاصة وربطها بالمسائل الرياضية.
٤. إعداد دليل تربوي لمعلمي المرحلة الثانوية يوضـح طرائق تطبيق معيار التمثيل الرياضـي وفق وثيقة NCTM، مع التركيز على الانتقال بين التمثيلات والتكامل بينها.
٥. تعزيز استخدام التكنولوجيا في عرض التمثيلات الرياضية الديناميكية، لأنها تساعد الطلاب على فهم أعمق للعلاقات الرياضية وتدعم قدرة المعلمين على توظيف التمثيلات بفعالية.

المقترحات

١. إجراء دراسات لاحقة تشمل عينات أكبر من المحافظات المختلفة لتحسين إمكانية تعميم النتائج.
٢. تنفيذ دراسات تجريبية لقياس أثر البرامج التدريبية المتخصصة في النمذجة والتمثيلات الرياضية على أداء المعلمين والطلاب.

٣. دراسة الفروق بين المعلمين وفق متغيرات الخبرة، الجنس، المؤهل العلمي، ونوع التدريب، لمعرفة أثرها على تطبيق معيار التمثيل.
٤. تحليل محتوى المناهج المطورة للصفوف (٩–١٢) للتأكد من مدى تضمّنها للتمثيلات والنمذجة الرياضية وتوافقها مع توجهات NCTM.

الخاتمة

هدفت هذه الدراسة إلى تحديد مستوى تطبيق معلمي الرياضيات للصفوف (٩–١٢) لمعيار التمثيل الرياضي وفق وثيقة NCTM، وقد أظهرت النتائج أن مستوى التطبيق كان مرتفعاً بوجه عام، وأن المعلمين يمتلكون قدرة جيدة على توظيف التمثيلات في بناء الفهم وتيسير حل المشكلات الرياضية، كما بينت النتائج أن تطبيق مهارات النمذجة الرياضية جاء بدرجة متوسطة مقارنة بباقي المؤشرات، مما يشير إلى الحاجة إلى تعزيز هذا الجانب نظرياً وتطبيقياً.

وتتسق هذه النتائج مع ما ورد في الأدبيات السابقة التي أكدت أهمية التمثيل في بناء المعرفة الرياضية وفهم العلاقات بين المفاهيم، كما تتوافق مع نماذج NCTM التي تجعل التمثيل أحد ركائز الفهم الرياضي العميق.

وعلى الرغم من أهمية النتائج التي توصلت إليها الدراسة، إلا أنها تخضع لعدد من الحدود، أبرزها حجم العينة المحدود واقتصار التطبيق على محافظتين فقط، إضافة إلى اعتماد أداة واحدة في جمع البيانات، لذلك فإن تعميم النتائج يجب أن يتم بحذر، مع الدعوة لإجراء دراسات مستقبلية أكثر شمولاً، تستخدم أدوات متعددة، مثل الملاحظة الصفية وتحليل الدروس والتطبيقات الرقمية.

وفي ضوء النتائج، توصي الدراسة بضرورة تعزيز قدرات المعلمين في مهارات النمذجة الرياضية عبر برامج تدريبية متخصصة، وتطوير المناهج لتضمين أنشطة واقعية تعتمد على التمثيلات المتنوعة، وتبني ممارسات صفية تشجع الطلبة على إنشاء تمثيلاتهم الخاصة والانتقال بينها. كما تقترح الدراسة إجراء بحوث مستقبلية تستقصي أثر البيئات الرقمية والأنماط التشاركية في تطوير مهارات التمثيل لدى الطلبة والمعلمين على حد سواء.

المراجع

أبو علام، رجاء محمود (٢٠١١). *مناهج البحث في العلوم النفسية والتربوية*. دار النشر للجامعات.

الرشيدي، بشير صالح (٢٠٠٠). *مناهج البحث التربوي: رؤية تطبيقية مبسطة*. دار الكتاب الحديث.

وزارة التربية والتعليم (٢٠٢٤). *الكتاب السنوي للإحصاءات التعليمية* الإصدار الرابع والخمسون.

أبو زينة، فريد كامل (٢٠٠٣). *مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها*. مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

عبيد، وليم (٢٠٠٤). *تعليم الرياضيات لجميع الطلاب*. دار الميسرة للنشر والتوزيع.

زيتون، كمال عبد الحميد (٢٠٠٥). التمثيلات الرمزية للمعرفة في بيئات التعليم والتعلم البنائية. *دراسات وبحوث المؤتمر العلمي للجمعية العربية لتكنولوجيا التربية – تكنولوجيا التربية في مجتمع المعرفة، مصر، ٥٩٠-٦١٧*.

بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٧). *تدريس الرياضيات الفعال: من رياض الأطفال حتى الصف السادس الابتدائي – دليل المعلمين والآباء ومخططي المناهج*. دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.

السواعي، عثمان نايف (٢٠١٠). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابية لدى طلاب الصف السادس الأساسي. *مجلة العلوم التربوية والنفسية، ١١(٣)، ١٣٩-١٦٣.*

الدراس، وائل محمد (٢٠١٦). درجة توافر معيار التمثيل في كتب الرياضيات المطورة وطرق التمثيل الرياضي المستخدمة من قبل المدرسين في تدريسها. *مجلة العلوم التربوية والنفسية، ٩(٤)، ١٠٤٥-١٠٧٦.*

العليان، فهد عبد الرحمن (٢٠١٧). التقييم الذاتي لأداء معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء معايير عمليات الرياضيات المدرسية العالمية NCTM. *مجلة العلوم التربوية والنفسية، ١٨(١)، ٥٤٩-٥٩٣.*

عبد الرحمن، عزة يوسف (٢٠١٩). فاعلية برنامج قائم على التمثيلات الرياضية المتعددة في تنمية العمليات الرياضية الأساسية والتفكير البصري لدى طلاب المرحلة الإعدادية المهنية. *المجلة العلمية لكلية التربية، (٣٠)، ١٦٠-١٩٢.*

National Council of Teachers of Mathematics NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. (Electronic Version).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. (Electronic Version).

Fennel, F & Rowan, T (2001). Representation: An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. *Teaching Children Mathematics, Vol. 7, No. 5, pp 288-292.*

Pape, S. J & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice, 40*(2), 118-127.

Kastberg, Signe (2002). *Understanding Mathematical Concepts: The Case of the Logarithmic Function*. A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of the University of Georgia in Partial Fulfillment of the Requirements of the Degree Doctor.

Steen, Lynn Arthur (1997). Preface; The New Literacy. *In Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*, edited by Lynn Arthur Steen, pp. xv-xxviii. New York: College Entrance Examination Board.